ВІСНИК ЛЬВІВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ *VISNYK LVIV UNIVERSITY*
Філософські науки. 2004. Вип. 6. С. 49-58 *Philos. Sci. 2004. N 6 P. 49-58*

УДК 510.22 + 510.63 + 164.2

ВИЯВЛЕННЯ ВІДНОШЕНЬ МІЖ ДВОМА МНОЖИНАМИ НА ПІДСТАВІ ВІДНОШЕНЬ КОЖНОЇ З НИХ ДО ТРЕТЬОЇ МНОЖИНИ

Ігор Дуцяк

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, м. Львів 79000, Україна, filos@franko.lviv.ua

Запропоновано інтерпретацію бульових функцій як відношень між множинами, відмінну від сформованої Дж. Булем. Дано повний розв'язок задачі виявлення відношення між двома множинами на підставі відношення кожної з них до третьої множини, яка є суттю силогістичних виводів.

Ключові слова: відношення множин, бульові функції, правила силогістичних виводів.

Предметом дослідження є виявлення всіх варіантів відношень кожної з двох множин до третьої, кожному з яких відповідає однозначне відношення між цими двома множинами. Ще Р. Дедекінд сформулював теорему *якщо* $A \subset B$ і $B \subset C$, то $A \subset C$, зміст якої зводиться до формулювання відношення між двома множинами на підставі відношень кожної з них до третьої множини[1]. Однак повного розв'язку зазначеної задачі (задачі силогістичних виводів) нема.

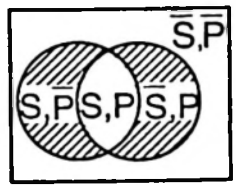
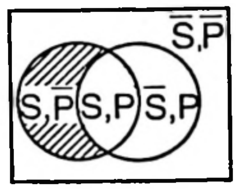
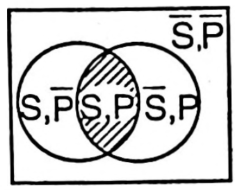
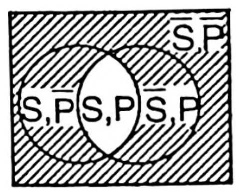
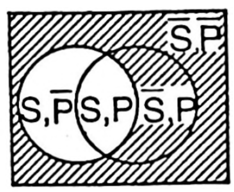
Щоб розв'язати цю задачу, потрібно, насамперед, виявити всі варіанти відношень між двома множинами. Після цього можна проаналізувати для всіх варіантів відношень першої множини до третьої, кожному з яких поставлено у відповідність всі варіанти відношень другої множини до третьої, чи наявне однозначне відношення між першою і другою множинами.

Передусім розв'яжемо перше завдання – виявимо всі варіанти відношень між двома множинами та обґрунтуємо формальний запис цих відношень. Якщо взяти за основу інтерпретацію бульових функцій як операцій над класами, то кожній операції над класами можна поставити у відповідність діаграму Венна. Оскільки бульових функцій у разі двох аргументів (за умови, що і аргументи, і функція можуть набувати тільки одне з двох значень – 1 чи 0) є шістнадцять, то відповідних діаграм Венна, витлумачених як такі, що відтворюють відношення між двома множинами, є також шістнадцять. Отже, отримано відповідь на запитання щодо кількості варіантів відношень між двома множинами – їх є шістнадцять. У наведених вище міркуваннях міститься також відповідь щодо формального запису цих відношень – їх треба записувати формулами бульової алгебри.

Проаналізуємо як це можна реалізувати відповідно до логіки класів. У табл. 1 наведено найчастіше вживані в логіці класів логічні функції разом з відповідними діаграмами Венна та словесними формулюваннями (абстрагованими від змісту), прийнятими в логіці класів.

Таблиця 1

Зміст бульових функцій у логіці класів

Номер	Вислів у словесному і символьному вигляді	Таблиця значень бульової функції	Діаграма Венна
1.	Усі S і тільки S є P. $(S \leftrightarrow P)$	S P $S \leftrightarrow P$ 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1	
2.	Усі S, але не тільки S, є P. $(S \rightarrow P)$	S P $S \rightarrow P$ 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1	
3.	Усі S не є P. $(S \barwedge P)$	S P $S \barwedge P$ 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 1	
4.	Існують S, які є P. (Певна кількість S, є P.) $(S \wedge P)$	S P $S \wedge P$ 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0	
5.	Існують S, які не є P. (Певна кількість S, не є P.) $(S \overset{-}{\rightarrow} P)$	S P $S \overset{-}{\rightarrow} P$ 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1	

Унаслідок аналізу цієї таблиці можна зробити такі висновки:

1. Наявна невідповідність між графічним позначенням перших трьох висловів, тобто $(S \leftrightarrow P)$, $(S \rightarrow P)$, $(S \barwedge P)$, і двох останніх, тобто $(S \wedge P)$ і $(S \overset{-}{\rightarrow} P)$. Суть цієї невідповідності в тому, що стосовно перших трьох висловів об'єкти $\bar{S}$ $\bar{P}$ по-

значено як такі, що існують (відповідне поле на діаграмі Венна не заштриховано), а щодо двох останніх – як такі, що існують (відповідне поле – заштриховано).

2. Для формул (S $\wedge$ P) і (S $\overline{\rightarrow}$ P) наявна невідповідність між діаграмами Венна, та поставленими їм у відповідність висловами. Для прикладу, на діаграмі Венна, яка відповідає формулі (S $\wedge$ P) зафіксовано як існуючі (незаштриховане поле) тільки об'єкти які є одночасно і S, і P. Такій діаграмі відповідає вислів *Усі S і тільки S є P (у разі, коли універсум не містить об'єктів* $\overline{S}\ \overline{P}$*)*, а не вислів *Існують S, які є P*, як це прийнято в логіці класів. І діаграмі Венна, і вислову *Усі S і тільки S є P (у разі, коли універсум не містить об'єктів* $\overline{S}\ \overline{P}$*)*, відповідних формулі (S $\wedge$ P), відповідає відношення рівності множин, (S = P), що не має ніякого відношення до вислову логіки класів *Існують S, які є P*.

Аналогічні міркування можна сформулювати щодо формули (S $\overline{\rightarrow}$ P), тотожної до формули (S $\wedge$ $\overline{P}$), якою в логіці класів позначають вислів *Існують S, які не є P*. Отже, частині висловів (у словесному вигляді), які в логіці класів поставлено у відповідність до формул бульової алгебри, відповідають інші відношення множин, аніж зафіксовано відповідними діаграмами Венна.

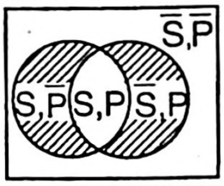
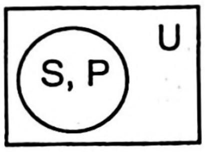
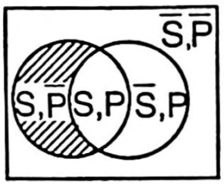
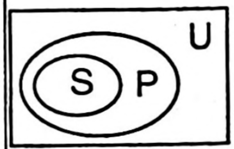
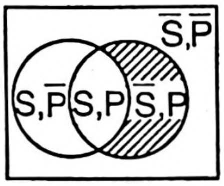
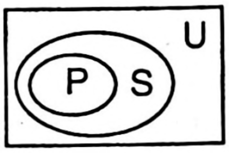
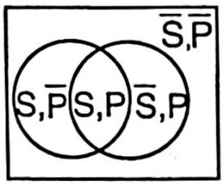
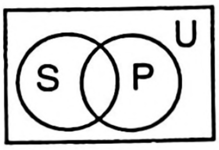
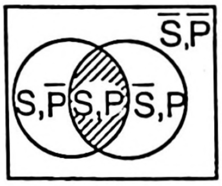
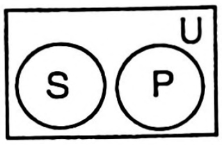
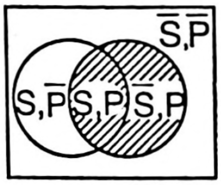
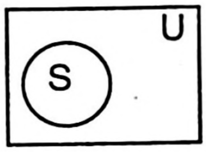
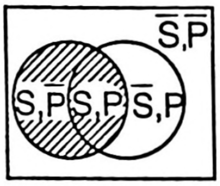
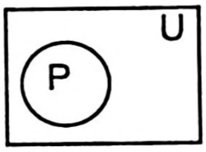
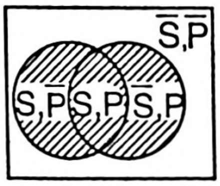
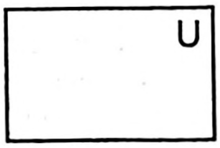
3. Може виникнути думка, що бульові функції та відповідні їм діаграми позначають інші відношення між множинами. Наприклад, приймемо, що формулі (S $\rightarrow$ P) відповідає відношення множин S $\subseteq$ P, що можна записати у вигляді (S = P) $\overline{\leftrightarrow}$ (S $\subset$ P). Власне такий зміст цій функції надавав Дж. Буль[2]. Однак зазначене відношення множин не відтворено в діаграмі Венна, зображеній у другому рядку табл. 1. Адже на цій діаграмі позначено, що існують і об'єкти, які є і S, і P (поле SP не заштриховано), і об'єкти, які є P, але не є S (поле $\overline{S}$P також не заштриховано). Цій діаграмі відповідає вислів *Усі, S але не тільки S, є P* і відношення множин S $\subset$ P. Для відтворення відношення S $\subseteq$ P потрібна діаграма Венна не з двома, а з трьома графічними позначеннями (рис. 1).

Рис. 1
Діаграма Венна, яка відповідає відношенню S $\subseteq$ P

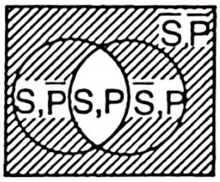
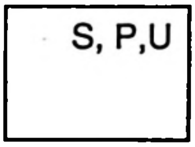
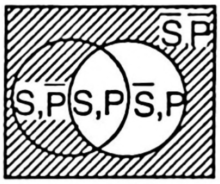
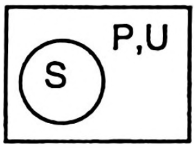
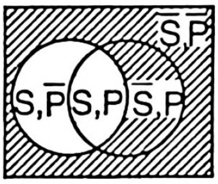
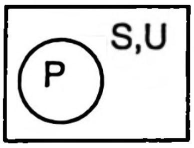
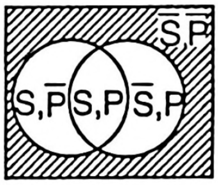
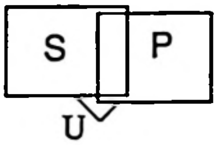
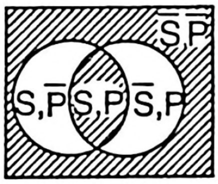
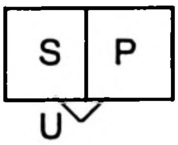
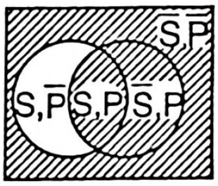
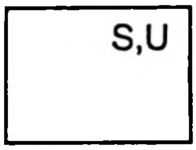
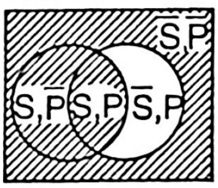
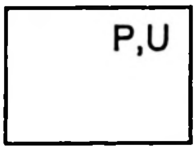
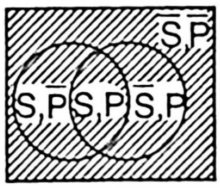
---

[2] Вислову *Усі X є Y* Джордж Буль ставив у відповідність відношення включення множин x $\subseteq$ y, записуючи цей вислів у символьному вигляді виразом x (1 - y) = 0, де символом x позначено множину, виразом (1 - y) – доповнення до множини y, знаком множення – переріз множин, знаком 0 – порожню множину[2]. Отже, вираз x (1 - y) = 0 можна записати сучасними символами виразом x $\cap$ $\overline{y}$ = $\varnothing$, якому може відповідати як x = y, так і x $\subset$ y.знаком 0 – порожню множину[2].

Інтерпретація бульових функцій як відношень між множинами

Номер	Структура вислову	Таблиці значень бульових функцій	Діаграма Венна	Діаграма Ейлера
1.	Усі S і тільки S є P; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S ↔ P 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1		
3.	Усі S, але не тільки S, є P; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S → P 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1		
5.	Частина S є (не є) P; тільки S є P; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S ← P 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 1		
7.	Частина S є (не є) P; не тільки S є P; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S □ P 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1		
9.	Усі S не є P; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S $\overline{\wedge}$ P 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 1		
11.	Усі S не є P, оскільки P не існують; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S $\overline{<}$ P 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1		
13.	Оскільки S не існують, то не існують і S, які є P; існують об'єкти, які є і $\overline{S}$, і $\overline{P}$.	S P S $\overline{>}$ P 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 1		
15.	Об'єкти, що існують, не є ні S, ні P.	S P S $\overline{\vee}$ P 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1		

Таблиця 2

Номер	Структура вислову	Таблиці значень бульових функцій	Діаграма Венна	Діаграма Ейлера
2.	Усі S і тільки S є P; не існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S \wedge P$ 1 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 0		
4.	Усі S, але не тільки S, є P; не існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S < P$ 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0		
6.	Частина S є (не є) P; тільки S є P; існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S > P$ 1 1 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0		
8.	Частина S є (не є) P; не тільки S є P; не існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S \vee P$ 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 0		
10.	Усі S не є P; не існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S \overline{\leftrightarrow} P$ 1 1 0 1 0 1 0 1 1 0 0 0		
12.	Усі S не є P, оскільки P не існують; не існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S \overline{\rightarrow} P$ 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 0		
14.	Оскільки S не існують, то не існують і S, які є P; не існують об'єкти, які є і $\bar{S}$, і $\bar{P}$.	S P $S \overline{\leftarrow} P$ 1 1 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0		
16.	Оскільки предметом мовлення є порожня множина, то і її підмножини є порожніми.	S P $S \overline{\square} P$ 1 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0		

На цій діаграмі, як і у випадку двох графічних знаків, заштриховане поле позначає об'єкти, які не існують. Однак, на відміну від попередньої діаграми, незаштрихованим полем позначено об'єкти, про які невідомо, чи вони існують, а незаштрихованим полем, на якому стоїть хрестик, позначено об'єкти, які існують.

Отже, підходи до фіксування відношень між множинами за допомогою бульових функцій, наведені в цьому і в попередньому пунктах, є незадовільними.

Щоб встановити відповідності між бульовими функціями, висловами в абстрагованому від змісту вигляді та відношеннями між множинами (що потрібне для формального запису відношень між двома множинами) діятимемо так. Зобразимо для кожної з шістнадцяти бульових функцій діаграму Венна (четверта колонка табл. 2). Вилучивши з цих діаграм заштриховані поля, отримаємо відповідні їм діаграми Ейлера (п'ята колонка табл. 2). На основі діаграм Венна і Ейлера сформулюємо словесно вислови, які повинні відповідати цим діаграмам, а отже й відповідним бульовим функціям, та відповідні відношення між множинами (друга колонка табл. 2).

Для запису відношення між множинами за допомогою знаків, поширеніших у теорії множин, тобто $\subset$, $\subseteq$, $\supset$, $\supseteq$, $\not\subset$, $=$, $\cap$, $\cup$, U, $\varnothing$, прийнято такі позначення[3] (рис.2):

$S = P$ | $S \subset P$ | $S \cap P \subset S; S \cap P \subset P$ | $S \cap P = \varnothing$

а | *б* | *в* | *г*

Рис. 2. Символьні позначення відношень між множинами:
а – рівнообсяговість; *б* – підпорядкованість; *в* – перехрещеність;
г – несумісність.

Зіставивши таблиці 1 і 2, бачимо, що запропонована в табл. 2 інтерпретація бульових функцій як відношень між множинами, відрізняється від їхньої інтерпретації як операцій над множинами. Відмінність у тому, що частині формул бульової алгебри в табл. 2 поставлено у відповідність інші вислови, а отже й інші відношення між множинами, аніж у табл.1 (пор., наприклад, рядки 2 і 12 у табл. 2 з рядками 4 і 5 у табл. 1, відповідно).

Серед формул бульової алгебри, за такої її інтерпретації, ми не отримали формул ні для позначення висловів, відповідних формулі $\forall x\ (S(x) \rightarrow P(x))$, якій відповідає відношення ($S \subseteq P$), тотожне виразові ($S = P$) $\leftrightarrow$ ($S \subset P$), ані формул для позначення висловів, відповідних формулі ($\exists x\ (S(x) \wedge P(x))$, якій відповідає одне з чотирьох відношень: ($S = P$), або ($S \subset P$), або ($S \cap P \subset S$; $S \cap P \subset P$), або ($S \supset P$). Однак формули, відповідні зазначеним висловам, легко отримати шляхом комбінування відповідних формул бульової алгебри, тобто шляхом поєднання базових висловів, наведених у табл. 2.

У підсумку отримано відповідність між формулами бульової алгебри та відношеннями між двома множинами (колонки 3 і 2 табл. 2, відповідно). Це дає змогу виявлення відношень між двома множинами на підставі знання відношення кожної з них до третьої множини шляхом побудови таблиць „істинності".

Щоб розв'язати поставлену задачу діятимемо так. Оскільки різних відношень між двома множинами, тобто різних видів простих висловів, є шістнадцять, то кількість різних варіантів пар відношень першої множини до третьої і другої множини до третьої є порівняно невеликою – кожен із шістнадцяти варіантів відношення першої множини до третьої треба поєднати із шістнадцятьма варіантами відношень другої множини до третьої. У підсумку потрібно проаналізувати 256 різних варіантів відношень множин.

Як приклад розв'язку поставленої задачі за допомогою табличного методу проаналізуємо пошук висновку для наведених нижче засновків:

Частина S і тільки S є M.	$(S \leftarrow M)$	$(S \supset M)$
Частина M і тільки M є P.	$(M \leftarrow P)$	$(M \supset P)$
?	?	?

Побудуємо таблицю значень для формули, в якій засновки виводу об'єднані кон'юнкцією (табл. 3). В останній колонці цієї таблиці рамками обведено ті значення SP, за яких аналізована формула набуває значення 1. Відповідно до цього у таблиці значень шуканої формули S – P (див. табл. 4) значення 1 будуть у тих рядках, у яких SP має значення 11, 10, 00. Отже, з наведених засновків отримуємо висновок $(S \leftarrow P)$.

Таблиця 3

Таблиця заповненості обсягів імен

S M P	$(S \leftarrow M)$	$\wedge$	$(M \leftarrow P)$	SP
1 1 1	1	1	1	$\boxed{11}$
1 1 0	1	1	1	$\boxed{10}$
1 0 1	1	0	0	11
1 0 0	1	1	1	$\boxed{10}$
0 1 1	0	0	1	01
0 1 0	0	0	1	00
0 0 1	1	0	0	01
0 0 0	1	1	1	$\boxed{00}$

Таблиця 4

Таблиця заповненості обсягів імен у висновку, який випливає із засновків $(S \leftarrow M)$, $(M \leftarrow P)$

S P	$S \leftarrow P$
$\boxed{1\ 1}$	1
$\boxed{1\ 0}$	1
0 1	0
$\boxed{0\ 0}$	1

У підсумку отримано, з одного боку, правило виведення, а, з іншого – відношення між множинами S і P на підставі відношення між множинами S і M та P і M:

Частина S і тільки S є M.	$(S \leftarrow M)$	$(S \supset M)$
Частина M і тільки M є P.	$(M \leftarrow P)$	$(M \supset P)$
Частина S і тільки S є P.	$(S \leftarrow P)$	$(S \supset P)$

Унаслідок зіставлення усіх 256 можливих варіантів засновків отримано 80 правил виведення (і водночас – однозначних відношень між двома множинами на підставі знання відношення кожної з них до третьої множини; табл. 5); 38 варіантів засновків, у кожному з яких (варіанті) наявні 7 варіантів висновку (тобто, за наявного відношення між множинами S і M та P і M можливі 7 різних варіантів відношення між множинами S і P)[4]; один варіант засновків, за якого є 49 варіантів висновку[5]; 106 варіантів несумісних засновків і 31 варіант, за якого принаймні в одному із засновків універсум зафіксовано як порожня множина.

Несумісні засновки є тоді, коли третю множину (позначену символом M) одним засновком подано, днаприклад, як порожню, а іншим – як рівну універсумові або підпорядковану йому, а також в інших аналогічних ситуаціях.

Виразові (S $\overline{\square}$ P) відповідає вислів *Оскільки предметом мовлення є порожня множина* (U = ∅), *то і її підмножини* (S і P) *є порожніми*. Предметом мовлення (тобто універсумом) є загальніше ім'я. Візьмемо для прикладу такі імена: S – *лисий король Франції*; P – *король Франції, який має дітей*. Універсумом у такому разі буде загальніше ім'я – *король Франції* (U). Відповідно, формулі (S $\overline{\square}$ P) відповідає вислів *Оскільки королі Франції не існують* (U = ∅), *то і різновиди королів Франції – волосаті королі* (S), *лисі королі* ($\overline{S}$), *королі, які мають дітей* (P), *бездітні королі* ($\overline{P}$) – також не існують. Якщо принаймні одним із відношень (між, S і M, або P і M) зафіксовано, що універсум є порожньою множиною, то задача не має розв'язку.

Вісімдесят відношень між трьома множинами, за яких на підставі відношення кожної з двох множин до третьої можна знайти однозначне відношення між цими двома множинами, і які є тотожні правилам виведення з двох засновків, наведено нижче. Виводи 51–80 стосуються варіантів, коли принаймні одна з трьох множин є порожньою.

Використавши відповідність відношень між множинами та їх символьними позначеннями, прийняту в теорії множин (див. рис. 2), кожне з вищенаведених вісімдесяти правил може бути записане у вигляді, більш звичному для викладу теорії множин. Для прикладу, перше правило, яке в записі бульовими функціями має вигляд (S ↔ M), (M ↔ P) ⊨ (S ↔ P), коли використати наведені позначення, матиме вигляд $S = M \subset U; U \supset M = P \models U \supset S = P$.

Щоб розв'язати будь-які задачі на виявлення однозначних відношень між двома множинами в межах більш ніж трьох (наприклад, чотирьох множин), достатньо знати однозначні відношення між трьома множинами об'єктів. У межах чотирьох множин об'єктів можливі такі типи задач:

1. На підставі знання відношень між множинами A–B, B–C, C–D потрібно визначити відношення між множинами A–D. Розв'язок цієї задачі є тривіальним, оскільки з відношень A–B, B–C отримуємо відношення A–C, а з відношень A–C, C–D отримуємо шукане відношення A–D.

2. На підставі знання відношень кожної з трьох множин до четвертої (A–C, B–C, D–C) потрібно визначити відношення першої множини (A) до третьої (D). Ця

Однозначні виводи

Табиця 5

1.$(S \leftrightarrow M), (M \leftrightarrow P) \models (S \leftrightarrow P)$.	42.$(S \vee M), (M \rightarrow P) \models (S \vee P)$.
2.$(S \wedge M), (M \wedge P) \models (S \wedge P)$.	43.$(S \square M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \square P)$.
3.$(S \leftrightarrow M), (M \rightarrow P) \models (S \rightarrow P)$.	44.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \square P) \models (S \square P)$.
4.$(S \leftrightarrow M), (M < P) \models (S < P)$.	45.$(S \vee M), (M \overline{\wedge} P) \models (S \leftarrow P)$.
5.$(S \leftarrow M), (M \leftrightarrow P) \models (S \leftarrow P)$.	46.$(S \overline{\wedge} M), (M \vee P) \models (S \rightarrow P)$.
6.$(S > M), (M \leftrightarrow P) \models (S > P)$.	47.$(S \vee M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \leftarrow P)$.
7.$(S \leftrightarrow M), (M \leftarrow P) \models (S \leftarrow P)$.	48.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \vee P) \models (S \rightarrow P)$.
8.$(S \wedge M), (M > P) \models (S > P)$.	49.$(S \leftarrow M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \vee P)$.
9.$(S \rightarrow M), (M \leftrightarrow P) \models (S \rightarrow P)$.	50.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \rightarrow P) \models (S \vee P)$.
10.$(S < M), (M \wedge P) \models (S < P)$.	51.$(S \overline{\rightarrow} M), (M \overline{\vee} P) \models (S \overline{\rightarrow} P)$.
11.$(S > M), (M < P) \models (S \wedge P)$.	52.$(S \overline{<} M), (M \overline{\vee} P) \models (S \overline{<} P)$.
12.$(S \leftrightarrow M), (M \square P) \models (S \square P)$.	53.$(S \overline{\leftarrow} M), (M \overline{\rightarrow} P) \models (S \overline{\vee} P)$.
13.$(S \leftrightarrow M), (M \vee P) \models (S \vee P)$.	54.$(S \overline{>} M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{\vee} P)$.
14.$(S \square M), (M \leftrightarrow P) \models (S \square P)$.	55.$(S \overline{\vee} M), (M \overline{\leftarrow} P) \models (S \overline{\leftarrow} P)$
15.$(S \vee M), (M \leftrightarrow P) \models (S \vee P)$.	56.$(S \overline{\vee} M), (M \overline{>} P) \models (S \overline{>} P)$.
16.$(S \leftrightarrow M), (M \overline{\wedge} P) \models (S \overline{\wedge} P)$.	57.$(S \wedge M), (M \overline{\rightarrow} P) \models (S \overline{\rightarrow} P)$.
17.$(S \leftrightarrow M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \overline{\leftrightarrow} P)$.	58.$(S \leftrightarrow M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
18.$(S \overline{\wedge} M), (M \leftrightarrow P) \models (S \overline{\wedge} P)$.	59.$(S \overline{\leftarrow} M), (M \wedge P) \models (S \overline{\leftarrow} P)$.
19.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \leftrightarrow P) \models (S \overline{\leftrightarrow} P)$.	60.$(S \overline{>} M), (M \leftrightarrow P) \models (S \overline{>} P)$.
20.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \leftrightarrow P)$.	61.$(S \overline{\vee} M), (M \overline{\vee} P) \models (S \overline{\vee} P)$.
21.$(S \rightarrow M), (M \rightarrow P) \models (S \rightarrow P)$.	62.$(S \overline{\rightarrow} M), (M \overline{\leftarrow} P) \models (S \wedge P)$.
22.$(S \rightarrow M), (M < P) \models (S < P)$.	63.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
23.$(S \leftarrow M), (M \leftarrow P) \models (S \leftarrow P)$.	64.$(S \overline{\wedge} M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
24.$(S > M), (M \leftarrow P) \models (S > P)$.	65.$(S \overline{>} M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \overline{>} P)$.
25.$(S \leftarrow M), (M < P) \models (S < P)$.	66.$(S \overline{>} M), (M \overline{\wedge} P) \models (S \overline{>} P)$.
26.$(S > M), (M \rightarrow P) \models (S > P)$.	67.$(S > M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{\rightarrow} P)$.
27.$(S \rightarrow M), (M \overline{\wedge} P) \models (S \overline{\wedge} P)$.	68.$(S \leftarrow M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
28.$(S \rightarrow M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \overline{\wedge} P)$.	69.$(S \overline{\leftarrow} M), (M > P) \models (S \overline{>} P)$.
29.$(S \overline{\wedge} M), (M \leftarrow P) \models (S \overline{\wedge} P)$.	70.$(S \overline{>} M), (M \leftarrow P) \models (S \overline{>} P)$.
30.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \leftarrow P) \models (S \overline{\wedge} P)$.	71.$(S \overline{>} M), (M < P) \models (S \overline{\leftarrow} P)$.
31.$(S \overline{\wedge} M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S \rightarrow P)$.	72.$(S \overline{>} M), (M \rightarrow P) \models (S \overline{>} P)$.
32.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M \overline{\wedge} P) \models (S \leftarrow P)$.	73.$(S \overline{\rightarrow} M), (M \overline{>} P) \models (S > P)$.
33.$(S > M), (M \square P) \models (S > P)$.	74.$(S \overline{<} M), (M \overline{\leftarrow} P) \models (S < P)$.
34.$(S \square M), (M < P) \models (S < P)$.	75.$(S \vee M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
35.$(S > M), (M \vee P) \models (S > P)$.	76.$(S \square M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
36.$(S \vee M), (M < P) \models (S < P)$.	77.$(S \overline{>} M), (M \vee P) \models (S \overline{>} P)$.
37.$(S > M), (M \overline{\wedge} P) \models (S > P)$.	78.$(S \overline{>} M), (M \square P) \models (S \overline{>} P)$.
38.$(S \overline{\wedge} M), (M < P) \models (S < P)$.	79.$(S \rightarrow M), (M \overline{<} P) \models (S \overline{<} P)$.
39.$(S > M), (M \overline{\leftrightarrow} P) \models (S > P)$.	80.$(S < M), (M \overline{\rightarrow} P) \models (S \overline{<} P)$.
40.$(S \overline{\leftrightarrow} M), (M < P) \models (S < P)$.	
41.$(S \leftarrow M), (M \vee P) \models (S \vee P)$.	

задача також є тривіальною, оскільки на підставі знання відношень A–C, B–C отримуємо знання про відношення між множинами A–B, а на підставі знання відношень між множинами B–C, D–C отримуємо знання про відношення між множинами B–D. Урешті, на підставі знання про відношення між множинами A–B, B–D отримуємо шукане відношення між множинами A–D.

---

1. *Dedekind E.* Was sind und was sollen die Zahlen? Braunschweig: F. Vieweg und Sohn – 1893. – S.3.
2. *Boole G.* The mathematical analysis of logic, being an essay toward a calculus of deductive reasoning. – London, Cambridge, 1847. – P. 21, 34.
3. *Langer S. K.* An Introduction to Symbolic Logic. – New York, 1953. – P. 138–141.
4. *Дуцяк І.З.* Теоретичні засади логіки. – Львів, 2002. – С.167–200.
5. Там само. – С.201–213.

MANIFESTATION OF RELATION BETWEEN TWO SETS ON THE BASIS OF THE RELATION OF EACH OF THEM TO THE THIRD SET

Ihor Dutsyak

Lviv Ivan Franko National University, Universytetska Street, 1
79000 Lviv, Ukraine filos@franko.lviv:ua

Different interpretation of Bool's functions as relation between sets, different from that formulated by J. Bool, is suggested. The complete solution of a task of manifestation of relation between two sets on the basis of the relation of each of them to the third set, which is the essence of the syllogistic conclusions is given.

Key words: relation of sets, Bool's functions, rules of the syllogistic conclusions.

Стаття надійшла до редколегії 08. 04. 2004
Прийнята до друку 10. 08. 2004